

# AVANT-PROPOS

Durant de longues années en France, des générations entières de collégiens, de lycéens et d'étudiants, ont vécu des enseignements de mathématiques où la géométrie avait acquis un statut subalterne et étrange venu de l'air du temps, d'une sorte de fatalité historique, si l'on croyait du moins les responsables premiers de cet abandon élaboré en véritable idéologie, à savoir les décideurs de programmes scolaires ! L'élève moyen, s'il n'avait la chance de rencontrer comme maître un fêlé de cet art, de cette discipline, instinctivement décidé de surcroît à entrer un peu en résistance — et il en existait ! —, avait toutes les chances de fixer pour toujours l'essentiel du message. La géométrie était devenue une discipline mineure et dépassée, d'une autre époque mais surtout sans efficience ; la preuve géométrique était intrinsèquement louche et il convenait, en toute circonstance, de lui en préférer une autre, fût-elle sans élégance ; pourtant, les plus éclairés de ses assassins lui reconnaissaient un charme désuet, fidèle accompagnant du mépris naturel... Notre malheureux élève prenait, « dans la figure », une définition de la droite à base de bijection sur l'ensemble des nombres réels<sup>5</sup>, destinée à évacuer l'idée même d'un dessin. Cela devait normalement lui faire passer, sinon le goût du pain, du moins celui de l'émotion des tracés et d'une approche sensuelle des courbes et des surfaces, convaincu dès lors que cet espace de plaisir — qui pourtant lui était si proche —, n'avait définitivement plus rien à voir avec les mathématiques, enfin les vraies ! Une fois encore, l'élève friand d'expérience, découvrait n'être pas précisément bien né. Il avait l'habitude...

Heureusement, durant ces années noires, quelques œuvres remarquables de géomètres, comme celle de Berger par exemple, portaient haut les couleurs de la France<sup>6</sup> à l'étranger et montraient par elles-mêmes la vigueur remarquable

---

5. Dont on évitait soigneusement d'évoquer le statut de droite, c'était bien le minimum !

6. Si le dessin a longtemps été banni du manuel destiné à l'élève ou l'étudiant en France, il convient de noter qu'il n'en était rien de l'autre côté de l'Atlantique. On pourra à ce

de ce domaine de recherche. Pourtant la population scolaire ordinaire était sevrée, écartée de cette vérité ; cet effet de mode pouvait porter à croire que l'approche décimale des nombres embarquait, disait plus de mathématiques qu'une conique ou bien une section d'or...

Il fallut attendre l'intrusion des calculateurs, leur utilisation en simulation, le développement de la réalité virtuelle dans le monde industriel, le recours généralisé à l'image comme langage — évidemment —, pour qu'un monde de soi-disant savants endormis dans leurs certitudes subisse un réveil salutaire et redécouvre l'évidence. La géométrie et tous ceux qui l'aimaient, avaient eu chaud !

Forts de notre pratique d'enseignants en école d'ingénieurs, de notre expérience de suiveurs des projets industriels de nos étudiants, nous avouons aussi être engagés comme chercheurs dans des équipes interdisciplinaires qui osent se commettre dans des problèmes appliqués... En conséquence, nous avons dans cet ouvrage choisi résolument de tenter de réhabiliter la géométrie comme outil pertinent et efficace dans le monde d'aujourd'hui ; nous aimerions tellement aussi mettre à jour son étonnante modernité dans l'approche des problèmes et, par là, faire sentir ses inestimables apports en termes de formation. Tel est l'angle de vue retenu.

Le contenu du livre se divise en deux parties<sup>7</sup>. La première partie, **Courbes et surfaces : Géométrie & CAO**, va permettre de « toucher » très vite les courbes et les surfaces, et de présenter entre autres les Bézier et les splines dont l'intérêt dans les métiers de l'ingénieur n'est plus à démontrer. Il s'agit donc dans cette partie d'un corpus de géométrie différentielle des courbes et surfaces développé parallèlement à une présentation des outils standards de la CAO. L'idée centrale ici est de donner à comprendre ce que sont une courbe ou une surface en utilisant l'information infinitésimale extraite d'une paramétrisation. Notre but est de faire sentir comment cette information de nature différentielle (courbure, torsion, première et seconde forme fondamentale) renseigne sur l'objet géométrique global et, en particulier, comment cette information prend forme dans le contexte de la conception (géométrique) assistée par ordinateur. Dans la seconde partie, **Espaces et transformations : Géométrie & Infographie**, le mouvement est inverse. On décrit avec précision les espaces, en l'occurrence affines et projectifs, dans lesquels vont vivre les objets

---

titre toujours et encore se régaler des illustrations issues des cinq volumes *Introduction to Differential Geometry* de Michael Spivak [Sp79].

7. Une troisième partie rassemble les corrections des exercices et sujets d'étude, une quatrième les annexes.

et les transformations s'y rapportant. Comprendre les actions de groupes qui opèrent sur un espace géométrique permet d'organiser sans trop de difficulté les objets les plus simples (coniques, quadriques). Il y a là un enjeu pédagogique très important : montrer le rôle classifiant de l'algèbre introduit ici dans un contexte géométrique. L'étude des projections, la traduction sous forme de matrices projectives des transformations de l'espace (briques élémentaires de l'ingénieur infographe !) et le développement de certains aspects majeurs de cette géométrie, à travers des applications à l'image notamment, constituent une autre préoccupation forte de cette seconde partie.

Nous tenons à préciser de suite la place que nous accorderons à ce qu'on appelle communément « exercices » dans un ouvrage de mathématiques. De façon systématique, les considérations théoriques indispensables et précises, limitées aux objets retenus dans notre approche, seront accompagnées d'applications, mais d'une manière que nous souhaitons renouvelée. Nous proposerons d'abord des exercices simples dans le fil même de la présentation des concepts ; c'est à nos yeux crucial pour espérer voir naître et assimiler les notions de base, et de suite les « pétrir » afin de les faire siennes. Puis chaque chapitre sera doté d'une partie intitulée **Exercices et sujets d'étude**. Celles-ci comporteront, autant que faire se peut, quatre aspects : des exercices complémentaires classiques à idées courtes, des invitations à l'écriture de fonctions *Matlab* destinées à être intégrées dans des présentations globales des concepts étudiés, des exemples d'applications en situations industrielles ou de recherche – lorsque notre expérience nous aura permis de rencontrer ces phénomènes à l'œuvre – et enfin des propositions de thèmes à idées longues. Dans ces derniers, le lecteur se verra proposer des problématiques que nous avons jugées fécondes pour créer des ouvertures et vivre la dialectique des liens de la géométrie et du réel pour un ingénieur d'aujourd'hui. Des éléments de correction seront fournis soit dans le corps du livre, soit en ligne<sup>8</sup>.

Quelques annexes, techniques, décriront les connaissances et savoir-faire de base, afin de ne pas obscurcir la vision d'ensemble du propos.

A nos yeux, ce corpus devrait apporter aux étudiants mais aussi à leurs enseignants des outils de travail, des guides de prolongements issus d'une pratique confrontée « au vrai monde ». Basé sur nos enseignements en cycle ingénieur « Génie mécanique » et « Génie informatique » le contenu a été pensé pour atteindre des utilisateurs divers. Tout d'abord le public des écoles d'ingénieurs désireux de comprendre « comment ça marche » pourra y puiser des ressources mathématiques rigoureuses mises en perspectives avec des problématiques qui

---

8. <https://sites.google.com/site/geometriespouringenieur/>

l’interpellent. Mais nous espérons aussi que les étudiants de licence et master de mathématiques y trouveront des prolongements et des ouvertures sur des domaines d’applications souvent peu développés dans les ouvrages classiques.

Ainsi, nous aimerais dans cet ouvrage contribuer simplement à la redécouverte de la rivière géométrie, comme nous l’a fait entrevoir et entendre Gaston Bachelard (voir [Ba08]). Voir apparaître les grands espaces dessinés, structurés en vastes et admirables alignements ou méandres, bordurés comme nous le rappelle un peu durement « river » en langue anglaise. Mais aussi, envisager les infinis, improbables et subtils chatoiements, lumineux et sonores, d’un gué ou de rapides comme l’évoque merveilleusement le mot français.

Les pieds dans la glaise, la tête dans les étoiles, puissions nous grandir nos êtres mêmes. Comme l’a dit le poète, certainement géomètre : « J’admire les choses, même qu’on ne voit pas, tant elles sont belles ».

Les auteurs